Екатерина Седнева
репетитор по математике

ФАЙЛ “ТОП ОШИБОК №12”

инструкция, как не потерять баллы
во второй части профиля

@katerina__sedneva

ОШИБКИ ПРИ РЕШЕНИИ №12

Всем привет :)
Этот файл будет являться путеводителем по всем-всем часто совершаемым ошибкам в №12, чтобы ты мог просмотреть его перед экзаменом и не терял баллы на подобных промахах на ЕГЭ!

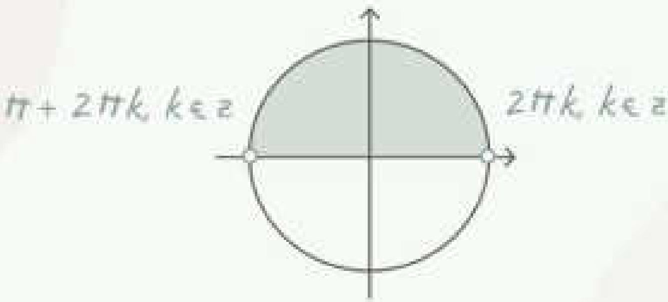
1 ошибка

Решать тригонометрическое неравенство не через окружность.

Например:

$\sin x > 0 \Rightarrow x > \pi k, k \in Z$ ✗

Правильный вариант - отметить корни sinx = 0 на окружности и дать ответ по получившемуся промежутку.



$x \in (2\pi k; \pi + 2\pi k), k \in Z$ ✓

2 ошибка

Не писать ограничение на косинус, если в уравнении присутствует тангенс. ❌

Из определения тангенса:

$$tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$$

в знаменателе

при условии: ✔

$\cos x \neq 0$

$x \neq \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$

Это ограничение присутствует всегда, когда мы решаем уравнение с тангенсом.

3 ошибка

Не решать условие или забывать про него. ❌

Допустим, перед нами уравнение, на которое нужно записать условие:

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{2}{\sin^2 x} = 6$$

при условии:

$\sin x \neq 0$

И мы оставляем это условие нерешенным, либо же забываем, что оно вообще было. Конечно же в таком случае мы потеряем баллы, ведь не записали те значения x, при которых справедливо наше дальнейшее решение.

Поэтому выработай привычку каждый раз после решения уравнения возвращаться в самое начало и проверять, были ли какие-либо ограничения на x. ✔

4 ошибка

Сокращать на одинаковые множители.

Если перед тобой уравнение по типу:

$$\sin^2 x = \cos x \cdot \sin x \quad \Big| : \sin x \quad \times$$

И ты очень хочешь сократить на синус, то накрепко забудь об этом желании ;)

Например, в уравнении $x^2=2x$ мы точно знаем, что нельзя сократить на x и выносим x за скобку. В примере выше делаем точно также :)

$$\sin^2 x - \cos x \sin x = 0 \quad ✓$$

$$\sin x(\sin x - \cos x) = 0$$

И далее решаем его через разбиение на 2 уравнения.

5 ошибка

Неверное использование формул.

🎯 $\sin^2(-x) = -\sin^2 x \quad \times$

этот вариант записи будет неверным, не смотря на то, что синус нечётная функция и для него верно: $\sin(-x) = -\sin x$

В данном случае синус возводится в квадрат, а значит и минус, который выносится по формуле четности, тоже возводится в квадрат и итоговый ответ должен быть со знаком плюс.

Подробно это можно записать так:

$$\sin^2(-x) = (\sin(-x))^2 = (-\sin x)^2 = \sin^2 x \quad ✓$$

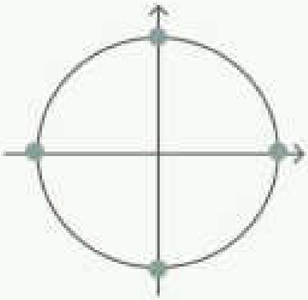
То же самое для логарифмов:

$\log_2^2 x^3 = 3\log_2^2 x$ - неверно ✗

$\log_2^2 x^3 = (\log_2 x^3)^2 = (3\log_2 x)^2 = 9\log_2^2 x$ - верно ✓

$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$ ✗

Формулы приведения можно использовать только в том случае, если один из углов, находящихся в сумме/разности является «главным».



• "главные" углы - находящиеся в одной из этих четырёх точек

В остальных случаях нужно использовать формулу для суммы/разности углов. В нашем случае:

$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \cdot \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos x$ ✓

$\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos^2 x$ ✗

Та же ошибка, что в первом пункте - не учитывается квадрат, в который возводится синус.

$\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \left(\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right)^2 = (-\cos x)^2 = \cos^2 x$ ✓

6 ошибка

Записывать арксинусы и арккосинусы там, где они не должны получаться.

Если при решении уравнения мы получаем для тригонометрической функции значение в виде десятичной дроби, то обязательно переводим его в обыкновенную дробь:

$\cos x = 0{,}5$??? думаем, что это нетабличное значение и записываем арккосинус

$x = \pm \arccos 0{,}5 + 2\pi k,\ k \in z$ ✗

$\cos x = \frac{1}{2}$ переводим в сокращённую обыкновенную дробь

$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in z$ ✓

7 ошибка

Не проверять корень на допустимое значение.

$\cos x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$x = \pm \arccos \frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\pi k,\ k \in z$ ✗

Если проверим, принадлежит ли полученное число отрезку от -1 до 1 (а именно при таких значениях и существует косинус), то увидим, что число выходит за границы нужного отрезка.

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{12}{9}} > \sqrt{1} = 1$$

$\cos x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \notin [-1;1] \Rightarrow$ корней нет ✓

8 ошибка

Пропускать шаги решения.

Даже если очень хочется сократить записи и пояснения решения в задании - лучше не надо, это не стоит потерянных баллов.

$2^x - 4 = 0$

$x - 2 = 0$ ✗

$x = 2$

нельзя опускать основания, пока между ними "+" или "-"

$2^x - 4 = 0$

$2^x = 2^2$ ✓

$x = 2$

решение заняло то же время, при этом математически верно

9 ошибка

Не ставить двойной знак ± при решении квадратных тригонометрических уравнений.

$\sin^2 x = \frac{3}{4}$

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ✗

$\sin x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ ✓

10 ошибка

Неверное или недостаточное ограничение в иррациональных уравнениях.

На этой же ошибке ловят и в тестовой части, поэтому обязательно обрати на неё внимание! :)

$$\sqrt{x+6} = x$$

✗ $\begin{cases} x + 6 = x^2 \\ x + 6 \geqslant 0 \end{cases}$

записано ограничение на x+6, но в нём здесь нет необходимости, т.к. x+6 приравнивается к неотрицательному x^2

✓ $\begin{cases} x + 6 = x^2 \\ x \geqslant 0 \end{cases}$

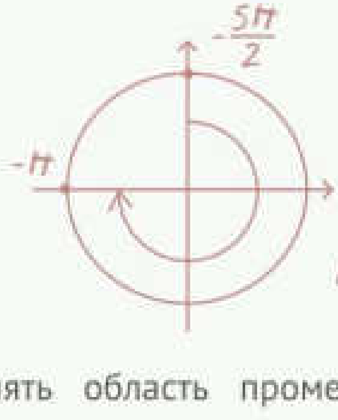
необходимо ограничение на то, к чему приравнивается корень в исходном уравнении (загляни в гайд по №13, если забыл, почему так происходит)

11 ошибка

Неверное определение промежутка на окружности, который даётся в букве б.

Допустим:

$$x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$$



неверно ✗

Чтобы каждый раз верно определять область промежутка на окружности используй 2 простых правила:

☝Направление движения по промежутку всегда от меньшего к большему значению, а значит против часовой стрелки;

☝Переводи обыкновенную дробь промежутка в десятичную, чтобы понять, какое целое число лежит между левым и правым концом этого промежутка.

То есть:

$x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

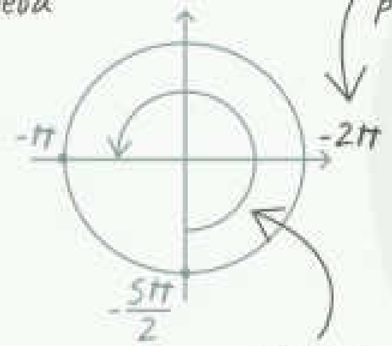
против часовой стрелки

$x \in [-2{,}5\pi; -\pi]$

между числами должна находится точка -2π

все нечетные π расположены слева

все четные π расположены справа



движение против часовой стрелки

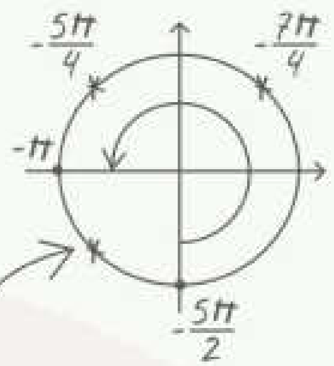
12 ошибка

Не подписывать корни на окружности/подписывать лишние корни на окружности.

Обязательным пунктом в букве б является подписывание на окружности тех корней, которые принадлежат указанному промежутку. То есть недостаточно подписать корни под или рядом с окружностью.

Например:

б) $x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$



отмечается, но не подписывается, т.к. не лежит на указанном отрезке

13 ошибка

Отмечать углы так, что их значения не совпадают с реальностью.

Если при решении уравнения в ответе получился угол $\frac{\pi}{3}$, то его нужно отмечать так, чтобы это соответствовало действительности и не выглядело как $\frac{\pi}{6}$ или $\frac{\pi}{4}$.

14 ошибка

Не показывать доказательство принадлежности отрезку в букве б (для обычных не тригонометрических уравнений)

Допустим, при решении логарифмического уравнения в букве а получились корни, которые мы хотим проверить на принадлежность к отрезку в букве б:

а) $x = 5$ $\qquad$ $x = \log_2 5$

б) $[3; 7]$

$x = 5 \in [3; 7]$ $\qquad$ $x = \log_2 5 \notin [3; 7]$ ✗

это очевидно и действительно не требует преобразований

даже если вам это очевидно, то в общем случае это считается недостаточной аргументацией к ответу, из-за того, что числа представлены в смешанном виде

составляем двойное неравенство

$3 \leqslant \log_2 5 \leqslant 7$ ✓

представляем 3 и 7 как логарифмы с основанием 2

$\log_2 8 \leqslant \log_2 5 \leqslant \log_2 2^7$

$8 \leqslant 5 \leqslant 2^7$

неверно $\Rightarrow \log_2 5 \notin [3; 7]$

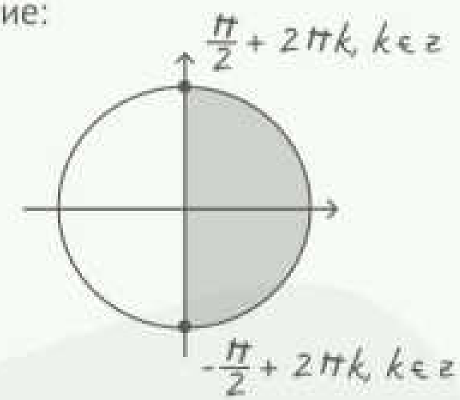
идеально :)

15 ошибка

Выносить ограничение из буквы а на букву б. ✗

Допустим, в букве а у вас получилось ограничение:

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right],\ k \in z$$



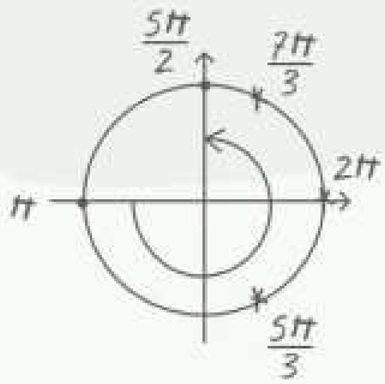
С этим ограничением мы работаем только в букве а и накладываем его на те корни, которые у нас получаются при решении уравнения в букве а

а) $x = \pi k,\ k \in z \Rightarrow$ с учётом условия выше: $x = 2\pi k,\ k \in z$ ✓

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in z \Rightarrow$ подходит условию

На отрезок, который находится в букве б, ограничение не накладываем и работаем с ним как обычно.

б) $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$



На этом мы и заканчиваем :) Надеюсь, что мой путеводитель по неверным и верным решениям в №12 поможет тебе избежать этих распространённых ошибок.