

УРАВНЕНИЯ С МОДУЛЯМИ

Уравнения разбиты на три уровня сложности: А (простой), В (средний) и С (сложный). Уровни В и С по сложности максимально приближены к 13 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

Уровень А

1А. $|x| = 3$

2А. $|2x - 1| = 0,5$

3А. $|4x| = 3$

4А. $|x| = 0$

5А. $|x + 5| = 0$

6А. $|x| + 2 = 3$

7А. $|x^2 + 3x| = 4$

8А. $|x^2 + 5x| + 3 = 2$

9А. $|x| = |x + 2|$

10А. $|2x - 3| = |x - 1|$

11А. $|x^2 - 6| = |x|$

12А. $|x^2 - 3x - 2| = 2$

13А. $||x - 1| + 2| = 1$

14А. $||x + 1| + 2| = 2$

15А. $|2x + 4| = |x - 1|$

ОТВЕТЫ

1А. ± 3 . **2А.** $\frac{1}{4}; \frac{3}{4}$. **3А.** $\pm \frac{3}{4}$. **4А.** 0. **5А.** -5. **6А.** ± 1 . **7А.** -4; 1. **8А.** \emptyset . **9А.** -1.

10А. $\frac{4}{3}; 2$. **11А.** $\pm 2; \pm 3$. **12А.** -1; 0; 3; 4. **13А.** \emptyset . **14А.** -1. **15А.** -5; -1.

Уровень В

а) Решите уравнение;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку.

1В. а) $||3x - 1| - 3| = 2$;

б) $[0; 1]$

2В. а) $|3 - |x + 1|| = 1$;

б) $[-4; \sqrt{2}]$

3В. а) $|x^2 + x - 3| = x$;

б) $[\sqrt{2}; \sqrt{5}]$

4В. а) $\left| \frac{x-1}{2x+1} \right| = \left| \frac{2x+1}{x-1} \right|$;

б) $\left[0; \frac{33}{20} \right]$

5В. а) $|2x^2 + x - 4| = |x^2 + 2x - 2|$;

б) $[-1; 1]$

- 6B. а) $|x^2 - 2x - 1| = 1 - x$; б) $\left[-\sqrt{2}; -\frac{\pi}{4}\right]$
- 7B. а) $|x - 1| = x^2 - 5x + 4$; б) $\left[\frac{1}{16}; \frac{\pi}{3}\right]$
- 8B. а) $|x^2 + 4x + 2| = x + 2$; б) $\left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{4}\right]$
- 9B. а) $|x^2 + 6x + 7| = -x - 3$; б) $[-4; -3]$
- 10B. а) $|x^2 - x - 1| = x^2 + 2x + 1$; б) $[-\sqrt{0,26}; 0]$
- 11B. а) $|x^2 - 2x - 4| = x^2 - 4x + 4$; б) $[1; \pi]$
- 12B. а) $|2x - 1| + |x + 1| = 2x + 1$; б) $[0,3; 0,99]$
- 13B. а) $|x - 1| = 2|x| - 4$; б) $[-5; 1]$
- 14B. а) $|x + 3| + |2x - 1| = 8$; б) $[0; \sqrt{5}]$
- 15B. а) $|5x - x^2 - 8| + |x - 9| = x^2 - 6x + 17$; б) $[9; 10]$
- 16B. а) $|4x - 8| - 3|x - 1| = -2$; б) $[1,8; \sqrt{8}]$
- 17B. а) $|x - 1| + |x + 1| = 4$; б) $[0; \sqrt{5}]$
- 18B. а) $|x + 3| + |x - 5| = 8$; б) $[5; 6]$
- 19B. а) $|x - 1| + |x + 1| = 2$; б) $[-\sqrt{2}; -1]$
- 20B. а) $|x^2 - 9| + |x^2 - 4| = 5$; б) $[-2; 2]$
- 21B. а) $2|x + 6| - |x| - |x - 6| = 18$; б) $[5; 6]$
- 22B. а) $|x - 2| + |x + 4| = 8$; б) $[0; \pi]$
- 23B. а) $|x - 5| - |x - 2| = -3$; б) $[0; 5]$
- 24B. а) $x|x| - |x^2 + 3x + 3| + 8 = 0$; б) $[1,6; 2]$
- 25B. а) $\frac{5}{3 - |x - 1|} = |x| + 2$; б) $[0,2; 2]$
- 26B. а) $|(x + 4)^3 + 49| = 76$; б) $[-10; -2]$
- 27B. а) $|x^2 - 3|x| + 1| = 1$; б) $[-1; 1]$

$$28\text{В. а) } |4x - |x - 2| + 3| = 16; \quad \text{б) } [-4; 3]$$

$$29\text{В. а) } ||2x - 8| - x| = 7 - x; \quad \text{б) } [1; 4]$$

$$30\text{В. а) } ||2x - 7| - x| = 7 - x; \quad \text{б) } \left[0; \frac{7}{2}\right]$$

ОТВЕТЫ

$$1\text{В. а) } -\frac{4}{3}; 0; \frac{2}{3}; 2; \quad \text{б) } 0; \frac{2}{3}. \quad 2\text{В. а) } -5; -3; 1; 3; \quad \text{б) } -3; 1. \quad 3\text{В. а) } \sqrt{3}; 1; \quad \text{б) } \sqrt{3}.$$

$$4\text{В. а) } -2; 0; \quad \text{б) } 0. \quad 5\text{В. а) } \pm 1; \pm 2; \quad \text{б) } \pm 1. \quad 6\text{В. а) } -1; 0; \quad \text{б) } -1. \quad 7\text{В. а) } 1; 5; \quad \text{б) } 1.$$

$$8\text{В. а) } -1; 0; \quad \text{б) } -1. \quad 9\text{В. а) } -5; -4; \quad \text{б) } -4. \quad 10\text{В. а) } -\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}; 0; \quad \text{б) } -\frac{1}{2}; 0.$$

$$11\text{В. а) } 0; 3; 4; \quad \text{б) } 3. \quad 12\text{В. а) } \frac{1}{3}; 1; \quad \text{б) } \frac{1}{3}. \quad 13\text{В. а) } -5; 3; \quad \text{б) } -5. \quad 14\text{В. а) } -\frac{10}{3}; 2; \quad \text{б) } 2.$$

$$15\text{В. а) } (-\infty; 9]; \quad \text{б) } 9. \quad 16\text{В. а) } \frac{13}{7}; 3; \quad \text{б) } \frac{13}{7}. \quad 17\text{В. а) } \pm 2; \quad \text{б) } 2. \quad 18\text{В. а) } [-3; 5]; \quad \text{б) } 5.$$

$$19\text{В. а) } [-1; 1]; \quad \text{б) } -1. \quad 20\text{В. а) } [-3; -2] \cup [2; 3]; \quad \text{б) } \pm 2. \quad 21\text{В. а) } [6; \infty); \quad \text{б) } 6.$$

$$22\text{В. а) } -5; 3; \quad \text{б) } 3. \quad 23\text{В. а) } [5; \infty); \quad \text{б) } 5. \quad 24\text{В. а) } -\frac{5}{2}; \frac{5}{3}; \quad \text{б) } \frac{5}{3}. \quad 25\text{В. а) } \sqrt{5} - 2; 3; \quad \text{б) } \sqrt{5} - 2.$$

$$26\text{В. а) } -9; -1; \quad \text{б) } -9. \quad 27\text{В. а) } 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \quad \text{б) } 0; \pm 1. \quad 28\text{В. а) } -\frac{17}{5}; \frac{11}{3};$$

$$\text{б) } -\frac{17}{5}. \quad 29\text{В. а) } \frac{1}{2}; \frac{15}{4}; \quad \text{б) } \frac{15}{4}. \quad 30\text{В. а) } 0 \cup \left[\frac{7}{2}; 7\right]; \quad \text{б) } 0; \frac{7}{2}.$$

Уровень С

$$1\text{С. } |||x - 3| - 1| + 2| - 3| = 1;$$

$$2\text{С. } |||x + 1| - 5| + 1| - 2| = 2;$$

$$3\text{С. } |||x - 1| + 2| - 1| + 1| = 2;$$

$$4\text{С. } ||2x - 1| - 5| + x = |6 - x|;$$

$$5\text{С. } ||2x + 5| - 1| = 2x + |x - 5|;$$

$$6\text{С. } |x^2 - |x| - 6| = |x| + 2;$$

$$7\text{С. } |x^5 - 6x^2 + 9x - 6| = |x^5 - 2x^3 + 6x^2 - 13x + 6|;$$

$$8\text{С. } |x^3 - 4x| + |4x^2 - 1| = x^3 + 4x^2 - 4x - 1;$$

9C. $|x^2 - 2x - |x + 1|| = |x^2 + x - 3|;$ **10C.** $\frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x+4|}{x+4} = -2;$

11C. $\frac{|x+1|}{x+1} + \frac{|x+3|}{x+3} = 0;$ **12C.** $\frac{|x-3| - |x-2|}{|x+1| + x+1} = 0;$

13C. $|9 - 3^x| + |x - 6| = 3^x - x + 9;$ **14C.** $|27 - 3^x| + |x - 5| = 3^x - x + 14.$

ОТВЕТЫ

1C. а) 0; 2; 4; 6. **2C.** -9; -3; 1; 7. **3C.** 1. **4C.** $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$. **5C.** $-\frac{11}{3}; 1; 9$. **6C.** $\pm 4; \pm 2$.

7C. $\pm\sqrt{2}; 0; 1; 2; 3$. **8C.** $\left[-2; -\frac{1}{2}\right] \cup [2; \infty)$. **9C.** $-1; \frac{1}{2}; 2$. **10C.** $(-\infty; -4)$.

11C. $(-3; -1)$. **12C.** 2,5. **13C.** 1; 12. **14C.** 2; 23.